



**Desarrollo y Comparación de Controladores para la Plataforma de Simulación de Vuelo Quanser<sup>®</sup>  
Aero**

**Autor: Sebastián Hidalgo Watanabe**  
**Profesor Guía: Gustavo Ceballos Benavides**  
Comisión Evaluadora:  
**Alfonso Ehijo Benbow**  
**Pablo Martin**

Memoria para optar al título de Ingeniero Civil Eléctrico

Rancagua, Chile  
Diciembre, 2024

## Agradecimientos

En primer lugar, quiero expresar mi más profundo agradecimiento a mi familia: a mi padre, mi madre y mi hermano, quienes han sido un pilar fundamental en mi vida. Su apoyo incondicional, sus palabras de aliento y su constante orgullo hacia mis logros han sido la fuerza motriz que me permitió alcanzar este importante hito. Asimismo, deseo extender mi gratitud a mis demás familiares, incluyendo a mis abuelos, tíos y primos, quienes, de diversas maneras, han contribuido significativamente con su cariño, ánimo y respaldo a lo largo de este camino.

Quiero también agradecer profundamente a mis profesores, destacando especialmente a mi profesor guía, por sus horas de enseñanza y su invaluable apoyo en la realización de este documento. Su confianza en mí, reflejada en la oportunidad de desempeñarme como ayudante en su curso, fue un honor y una experiencia enriquecedora que guardaré con aprecio.

Asimismo, extiendo mi gratitud a mis compañeros de clase y a aquellos a quienes tuve la oportunidad de impartir clases. El simple hecho de que se tomaran un momento para hablarme, mirarme o notar mi presencia ha significado mucho más de lo que las palabras pueden expresar. Su compañía y reconocimiento me han motivado profundamente y han hecho este recorrido mucho más significativo.

Finalmente, pero no menos importante, deseo agradecer a mis amigos. Aunque no mantengo una comunicación constante debido a mi forma de ser, sé que puedo contar con ellos y que, a pesar de que pase mucho tiempo sin palabras, la conexión permanece intacta. En especial, quiero destacar a Diego, Joaquín y Juan, quienes se han convertido en una parte vital de mi vida, aportando su cariño y apoyo incondicional en los momentos más importantes.

## Índice

1. Resumen . . . . .	6
2. Introducción . . . . .	7
3. Objetivo general . . . . .	9
4. Objetivos específicos . . . . .	9
5. Marco Teórico . . . . .	10
5.1. Planta a controlar Quanser® Aero . . . . .	10
5.2. Descripción de MATLAB y Simulink . . . . .	10
5.3. Controlador PID . . . . .	11
5.4. Control LQR . . . . .	12
5.5. Control Adaptativo . . . . .	13
5.6. Índices de Desempeño . . . . .	14
6. Metodología . . . . .	15
6.1. Modelo del sistema . . . . .	15
6.2. Aproximación lineal . . . . .	16
6.3. Función de transferencia . . . . .	16
6.4. Representación en variables de estado . . . . .	17
6.5. Obtención de Parámetros . . . . .	18
6.6. Diseño y Elaboración de Simulaciones . . . . .	19
6.6.1. Valores de Referencia y Configuración de Simulación . . . . .	20
6.6.2. Diseño del controlador PID . . . . .	21
6.6.3. Diseño del controlador LQR . . . . .	23
6.6.4. Diseño del controlador Adaptativo . . . . .	24
6.7. Métricas de Comparación . . . . .	26
6.8. Comunicación con la Planta física . . . . .	27
7. Resultados . . . . .	28
7.1. Validación del Modelo Simulado . . . . .	28
7.2. Análisis de las Simulaciones . . . . .	29
7.2.1. Salidas de las Simulaciones . . . . .	29
7.2.2. Errores de Control de las Simulaciones . . . . .	30
7.2.3. Entradas de las Simulaciones . . . . .	32
7.2.4. Índices de Desempeño de las Simulaciones . . . . .	33

7.3. Análisis de la Planta física . . . . .	35
7.3.1. Salidas de la Planta física . . . . .	35
7.3.2. Error de Control de la Planta física . . . . .	36
7.3.3. Entradas de la Planta física . . . . .	38
7.4. Índices de Desempeño de la Planta física . . . . .	39
8. Conclusiones . . . . .	40

### Índice de figuras

1. Modelo Quanser Aero. Fuente: (Quanser Aero User Manual, 2016). . . . .	15
2. Modelo del Sistema simulado en base a funciones de transferencia Fuente: Elaboración propia. . . . .	20
3. Modelo del Sistema simulado en variables de estado Fuente: Elaboración propia. . . . .	20
4. Modelo del Sistema simulado desacoplado bajo la acción de los controladores PID Fuente: Elaboración propia. . . . .	22
5. Modelo del Sistema simulado bajo la acción de los controladores PID Fuente: Elaboración propia. . . . .	23
6. Modelo del Sistema simulado bajo control LQR Fuente: Elaboración propia. . . . .	24
7. Modelo del Sistema del Pitch simulado bajo control Adaptativo+PID Fuente: Elaboración propia. . . . .	26
8. Modelo del Sistema del Yaw simulado bajo control Adaptativo+PID Fuente: Elaboración propia. . . . .	26
9. Validación del modelo en el eje Pitch: comparación entre la planta real y la simulada. Fuente: Elaboración propia. . . . .	28
10. Validación del modelo en el eje Yaw: comparación entre la planta real y la simulada. Fuente: Elaboración propia. . . . .	28
11. Salida del eje Pitch para cada controlador (PID, LQR1, LQR2, Adaptativo+PID) Fuente: Elaboración propia. . . . .	29
12. Salida del eje Yaw para cada controlador (PID, LQR1, LQR2, Adaptativo+PID) Fuente: Elaboración propia. . . . .	29
13. Error de control del eje Pitch para cada controlador (PID, LQR1, LQR2, Adaptativo+PID) Fuente: Elaboración propia. . . . .	30
14. Error de control del eje Yaw para cada controlador (PID, LQR1, LQR2, Adaptativo+PID) Fuente: Elaboración propia. . . . .	30
15. Error de control en régimen permanente del eje Pitch Fuente: Elaboración propia. . . . .	31
16. Error de control en régimen permanente del eje Yaw Fuente: Elaboración propia. . . . .	32

17. Entrada del eje Pitch para cada controlador (PID, LQR1, LQR2, Adaptativo+PID) Fuente: Elaboración propia. . . . .	32
18. Entrada del eje Yaw para cada controlador (PID, LQR1, LQR2, Adaptativo+PID) Fuente: Elaboración propia. . . . .	33
19. Salida del eje Pitch para cada controlador (PID, LQR1, LQR2) Fuente: Elaboración propia. . . . .	35
20. Salida del eje Yaw para cada controlador (PID, LQR1, LQR2) Fuente: Elaboración propia. . . . .	35
21. Error de Control del eje Pitch para cada controlador (PID, LQR1, LQR2). Fuente: Elaboración propia. . . . .	36
22. Error de Control del eje Yaw para cada controlador (PID, LQR1, LQR2). Fuente: Elaboración propia. . . . .	36
23. Error de Control en régimen permanente del eje Pitch. Fuente: Elaboración propia. . . . .	37
24. Error de Control en régimen permanente del eje Yaw. Fuente: Elaboración propia. . . . .	37
25. Entrada del eje Pitch para cada controlador (PID, LQR1, LQR2). Fuente: Elaboración propia. . . . .	38
26. Entrada del eje Yaw para cada controlador (PID, LQR1, LQR2). Fuente: Elaboración propia. . . . .	38

#### Índice de cuadros

1. Definición de parámetros . . . . .	16
2. Valores de los parámetros del sistema . . . . .	19
3. Parámetros de los Controladores PID . . . . .	22
4. Índices de desempeño de control simulado para el eje Pitch. . . . .	34
5. Índices de desempeño de control simulado para el eje Yaw. . . . .	34
6. Índices de desempeño de control en planta física para el eje del pitch . . . . .	39
7. Índices de desempeño de control en planta física para el eje del yaw . . . . .	39

## Acrónimos y Símbolos

- MIMO: Multiple Input Multiple Output. (Hace referencia a sistemas con múltiples entradas y salidas).
- DOF: Degrees of Freedom (Grados de Libertad).
- $\theta$ : Ángulo de Pitch (Cabeceo).
- $\psi$ : Ángulo de Yaw (Guiñada).
- PID: Proportional-Integral-Derivative (Proporcional + Integral + Derivativo).
- LQR: Linear Quadratic Regulator (Regulador Cuadrático Lineal).
- MRAC: Model Reference Adaptive Control (Control Adaptativo por Modelo de Referencia).
- $S_p$ : Sobrepasso (Overshoot).
- $t_s$ : Tiempo de asentamiento (Settling Time).
- $e(\infty)$ : Error en régimen permanente (Steady-State Error).
- $y(\infty)$ : Salida en régimen permanente (Steady-State Output).
- ISE: Integral Squared Error (Integral del Cuadrado del Error).
- ISI: Integral Squared Input (Integral del Cuadrado de la Entrada).

## 1. Resumen

Este trabajo aborda el diseño, implementación y comparación de diversas estrategias de control aplicadas al sistema Quanser Aero, una plataforma experimental utilizada para el desarrollo de algoritmos de control avanzado en sistemas no lineales. El objetivo principal es garantizar un desempeño óptimo en la regulación de los ángulos de Pitch (cabeceo) y Yaw (guiñada), parámetros fundamentales en aplicaciones de robótica y sistemas aeroespaciales. Se evaluaron tres estrategias principales de control: un controlador PID, dos configuraciones de controladores LQR y un controlador adaptativo, considerando simulaciones detalladas y experimentos en la planta física. El análisis se basó en métricas de desempeño, error de seguimiento y consumo energético.

Entre los controladores evaluados, la configuración de LQR que prioriza el consumo energético se destacó como la mejor opción general, logrando un equilibrio entre precisión y eficiencia tanto en simulación como en la planta física. En esta última, el LQR registró costos  $J_{pitch} = 890,8$  y  $J_{yaw} = 1118,5$ , confirmando su capacidad para minimizar el esfuerzo de control sin comprometer el seguimiento. El controlador adaptativo demostró un gran potencial en simulación, alcanzando errores casi nulos en régimen permanente; sin embargo, no pudo implementarse con éxito en la planta física debido a dificultades técnicas. Por su parte, el controlador PID cumplió con los objetivos básicos de seguimiento, pero su desempeño fue inferior, obteniendo  $J_{pitch} = 1189,9$  y  $J_{yaw} = 2278,5$  en la planta física.

Este estudio valida la efectividad del modelo linealizado y las metodologías aplicadas, consolidando la utilidad del Quanser Aero como plataforma experimental. Además, sienta las bases para el desarrollo de controladores avanzados en sistemas no lineales, abriendo oportunidades para la implementación de estrategias como el Control Adaptativo de Orden Fraccionario, Control Predictivo, Difuso y Neuronal, capaces de abordar dinámicas más complejas y condiciones reales más exigentes.

## 2. Introducción

El control de sistemas no lineales es un reto fundamental en diversas áreas de la ingeniería moderna. Sistemas como robots, vehículos autónomos y aeronaves deben funcionar bajo condiciones dinámicas y con incertidumbres en sus modelos, lo que complica su control. Estas máquinas no solo deben reaccionar de manera precisa y eficiente, sino también adaptarse a perturbaciones externas y variaciones paramétricas (Zhu, 2022). En este contexto, surge la necesidad de desarrollar y comparar diferentes estrategias de control que permitan un desempeño robusto y estable. Este trabajo se centra en el diseño e implementación de diversos controladores para la planta Quanser® Aero, la cual es una plataforma de control con dos grados de libertad diseñada para simular el comportamiento de vehículos aéreos en un entorno controlado (Quanser Aero User Manual, 2016), con el objetivo de mejorar el desempeño del sistema bajo condiciones de incertidumbre y variaciones de parámetros. Se exploran y comparan estrategias de control, tales como el control PID (Proporcional-Integral-Derivativo), el control LQR (Regulador Cuadrático Lineal) y el control Adaptativo

El control adaptativo se considera especialmente relevante para sistemas cuyo comportamiento puede cambiar con el tiempo o ante condiciones externas variables (Åström, 1979), mientras que el control óptimo, basado en el criterio de mínimo costo energético, ofrece una solución teóricamente robusta para problemas de estabilidad y eficiencia (Sam, Ghani, & Ahmad, 2000). La implementación de estas estrategias se realizará a través de simulaciones en Matlab y Simulink, herramientas ampliamente utilizadas en la ingeniería de control para modelar y validar sistemas dinámicos complejos (MathWorks, 2023). Para los experimentos en la máquina real, se llevan a cabo pruebas en el laboratorio de máquinas eléctricas y control, lo que permitirá una comparación práctica de los controladores bajo condiciones controladas y reales. Este estudio es relevante no solo desde un punto de vista académico, sino también por sus aplicaciones en el desarrollo de algoritmos avanzados para sistemas de robótica, automatización y vehículos aéreos. La capacidad de diseñar y probar controladores efectivos en sistemas no lineales es esencial para la creación de tecnologías que requieren un control preciso y robusto bajo condiciones inciertas (Zhu, 2022). Al validar estas técnicas en un entorno físico, se contribuye al cuerpo de conocimiento en control automático, y se abre la puerta a nuevas aplicaciones en áreas como robots autónomos, sistemas de estabilización y dispositivos médicos.

El presente documento está estructurado de la siguiente manera: en el capítulo de Objetivos, se presenta el objetivo general y los específicos que guían el desarrollo del trabajo. El Marco Teórico aborda los fundamentos necesarios para comprender los conceptos clave relacionados con los controladores evaluados y la planta Quanser Aero. En la Metodología, se describen los procedimientos y herramientas utilizadas para el diseño, implementación y evaluación de los

controladores en simulación y en la planta física. El capítulo de Resultados expone un análisis detallado del desempeño de cada controlador, considerando métricas de desempeño, error de seguimiento y consumo energético. Finalmente, las Conclusiones resumen los hallazgos principales del trabajo y plantean posibles direcciones para investigaciones futuras.

### **Alcances y limitaciones**

Este trabajo logró diseñar, implementar y analizar diversas estrategias de control aplicadas al sistema Quanser Aero, evaluando su desempeño tanto en simulación como en la planta física. Los controladores PID y LQR fueron implementados exitosamente en ambos entornos, mostrando un desempeño consistente con los objetivos planteados. Sin embargo, el controlador adaptativo no pudo ser implementado en la planta física debido a dificultades técnicas relacionadas con la conmutación entre etapas, lo cual se detalla en los anexos. A pesar de esta limitación, los resultados obtenidos en simulación proporcionan información valiosa sobre su potencial.

### **3. Objetivo general**

Diseñar e implementar diferentes controladores aplicados a la máquina Quanser® Aero con el fin de comparar su rendimiento y evaluar su efectividad en términos de estabilidad, precisión y consumo de energía en el control de sistemas no lineales.

### **4. Objetivos específicos**

- Desarrollar un modelo matemático del comportamiento dinámico del sistema utilizando ecuaciones físicas.
- Diseñar simulaciones del sistema en el software Simulink para validar el modelo propuesto.
- Implementar diferentes controladores (PID, óptimo y adaptativo) para operar la planta Quanser® Aero.
- Analizar el desempeño de la máquina bajo la acción de cada controlador, evaluando aspectos como estabilidad, precisión y consumo de energía.
- Comparar los resultados obtenidos por cada controlador en términos de criterios de desempeño definidos.
- Habilitar la planta Quanser Aero del Laboratorio de Máquinas y Control para su uso en cursos de control de la Universidad.

## 5. Marco Teórico

Esta sección proporciona los fundamentos necesarios para entender los conceptos y herramientas utilizados en este trabajo. Se aborda inicialmente una descripción detallada de la planta Quanser Aero, destacando sus características dinámicas y su integración con herramientas de simulación y control como MATLAB y Simulink. A continuación, se presentan los principales controladores utilizados en el desarrollo del proyecto, incluyendo el PID, LQR y Adaptativo, explicando sus principios básicos, formulaciones matemáticas y aplicaciones. Finalmente, se introducen los índices de desempeño empleados para evaluar el comportamiento de los controladores, los cuales permiten cuantificar aspectos clave como precisión, estabilidad y eficiencia energética del sistema controlado.

### 5.1. Planta a controlar Quanser® Aero

La Quanser® Aero es un sistema dinámico de dos grados de libertad, diseñada para simular el comportamiento de vehículos aéreos en un entorno controlado. Sus principales componentes incluyen motores de corriente continua y sensores que permiten medir la inclinación y la velocidad angular, lo que facilita el desarrollo de algoritmos de control avanzados para sistemas no lineales (Quanser Aero User Manual, 2016). La plataforma es ampliamente utilizada en la investigación y enseñanza del control de sistemas no lineales y dinámicos, especialmente en aplicaciones relacionadas con aeronáutica y robótica, debido a que permite realizar experimentos en tiempo real, facilitando la validación de simulaciones y algoritmos de control. El sistema está diseñado para integrarse sin problemas con herramientas como MATLAB y Simulink, lo que permite simular y controlar los sistemas en tiempo real. Esta capacidad de integración ofrece un entorno de desarrollo robusto para el diseño e implementación de controladores clásicos y avanzados.

### 5.2. Descripción de MATLAB y Simulink

MATLAB y Simulink son herramientas ampliamente utilizadas en ingeniería para el modelado, simulación y análisis de sistemas dinámicos. MATLAB es un entorno de programación y cálculo numérico que permite resolver problemas matemáticos complejos, realizar análisis de datos y desarrollar algoritmos. Mientras que Simulink corresponde a una extensión de MATLAB y es una herramienta fundamental para el modelado y simulación de sistemas dinámicos en la ingeniería de control. Permite construir modelos gráficos que representan el comportamiento de un sistema físico a través de bloques que simbolizan componentes como integradores, sumadores, funciones de transferencia y controladores. Estos bloques están interconectados para simular el comportamiento de sistemas complejos en tiempo continuo o discreto. Mediante la simulación, se puede predecir cómo reaccionará un sistema ante distintos escenarios, lo que resulta en un diseño de control

más robusto y eficiente. Además, Simulink cuenta con herramientas de simulación en tiempo real que permiten sincronizar el modelo con hardware físico, como la Quanser Aero, garantizando una transición sin problemas entre la simulación y la implementación en el sistema físico real (MathWorks, 2023).

### 5.3. Controlador PID

El controlador PID (Proporcional – Integrativo – Derivativo) es el algoritmo de control más común en la ingeniería de control debido a su simplicidad y capacidad de corregir errores en sistemas de lazo cerrado, ajustando la entrada al sistema en función de la diferencia entre el valor de referencia deseado y el valor medido a la salida del sistema (Johnson et al., 2008). Este tipo de controlador y sus variaciones son ampliamente utilizados en diversas aplicaciones industriales, desde control de temperatura, robótica o sistemas de vuelo. El controlador PID combina tres acciones de control:

- Proporcional (P): La cual entrega una salida proporcional al error medido. Un controlador meramente proporcional puede controlar cualquier planta estable, pero posee desempeño limitado y error en régimen permanente (Åström & Hägglund, 1995).
- Integral (I): La cual entrega una salida del controlador proporcional al error acumulado. Esta acción permite corregir los errores persistentes que no son eliminados por la acción proporcional, sin embargo, implica un control más lento (Åström & Hägglund, 1995).
- Derivativa (D): La cual entrega una salida proporcional a la tasa de cambio del error, por lo que anticipa cómo el error va a evolucionar en el tiempo, permitiendo corregir el error antes de que sea significativo. Aunque es útil ante un sistema de dinámica rápida, es muy sensible al ruido de la señal medida (Åström & Hägglund, 1995).

Finalmente, el controlador PID reúne todas las ventajas de cada una de las tres acciones de control individuales, y la señal de control entregada se puede expresar como la suma de cada una de las señales de control individuales, como se muestra en la ecuación (1).

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt}, \quad (1)$$

$$e(t) = r(t) - y(t). \quad (2)$$

Donde  $u(t)$  es la señal de control y  $e(t)$  es el error medido, que se expresa como la diferencia entre el valor de referencia y la salida del sistema. Los parámetros  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$  corresponden a las ganancias proporcional, integrativa y derivativa, respectivamente.

La sintonización de un controlador PID es fundamental para lograr el rendimiento óptimo del sistema. Ajustar los parámetros  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$  de manera adecuada permite que el controlador responda de forma efectiva a las variaciones en el sistema y mantenga el error dentro de un rango aceptable (Johnson et al., 2008).

#### 5.4. Control LQR

El Regulador Cuadrático Lineal (LQR) es un método de control óptimo que se utiliza en sistemas lineales para minimizar una función de costo que penaliza tanto el error del estado del sistema como la magnitud de la señal de control. Este tipo de controlador es ampliamente utilizado en sistemas de control donde es importante encontrar un equilibrio entre el rendimiento del sistema y el costo asociado a la aplicación de la señal de control (Sam, Ghani, & Ahmad, 2000). En un sistema de control clásico, el objetivo del LQR es encontrar la ley de control que minimice una función de costo cuadrática dada por la ecuación (3) a continuación.

$$J = \int_0^{\infty} (x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)) dt. \quad (3)$$

donde  $x(t)$  representa el vector de estado del sistema,  $u(t)$  es la señal de control,  $Q$  es una matriz de pesos que penaliza el estado, y  $R$  es una matriz que penaliza el esfuerzo de control. La clave del diseño LQR es elegir apropiadamente las matrices  $Q$  y  $R$  para balancear el rendimiento deseado del sistema frente al costo de aplicar el control (Choi, See, Yoo, & Lee, 1998). Para obtener este equilibrio, el controlador LQR emplea la ecuación de Riccati (4), una herramienta matemática que permite calcular la ganancia óptima de este.

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0. \quad (4)$$

Esta ecuación establece una relación entre el modelo del sistema (representado por las matrices  $A$  y  $B$ ) y los parámetros de ponderación. A través de su solución, se obtiene una matriz  $P$ , que a su vez permite calcular la ganancia de retroalimentación óptima  $K$ , responsable de regular el comportamiento del sistema. Una vez resuelta la ecuación de Riccati para obtener  $P$ , la ley de control óptima del LQR se calcula a partir de las siguientes ecuaciones:

$$K = R^{-1} B^T P, \quad (5)$$

$$u(t) = -K x(t). \quad (6)$$

Esta ley de control asegura que el sistema siga el comportamiento deseado mientras minimiza el costo total, lo que resulta en una estrategia de control óptima. La matriz de ganancias  $K$  se ajusta de manera automática en función de las matrices  $Q$  y  $R$ , permitiendo al diseñador del sistema controlar el grado de penalización sobre los errores del estado y el esfuerzo de control (Lewis et al., 2012).

## 5.5. Control Adaptativo

El control adaptativo comprende un conjunto de técnicas que ajustan automáticamente los parámetros del controlador en tiempo real para mantener un nivel deseado de rendimiento del sistema, incluso cuando los parámetros del modelo dinámico de la planta son desconocidos o varían con el tiempo (Åström, 1979). Esta capacidad de adaptación hace que sea particularmente útil en sistemas no lineales, inciertos o sujetos a perturbaciones externas significativas, donde los controladores convencionales, como el PID, pueden no ser efectivos debido a su dependencia de parámetros fijos.

El principio fundamental del control adaptativo radica en la obtención continua de información sobre las dinámicas del sistema durante su operación. Esta información se utiliza para modificar los parámetros del controlador en tiempo real, asegurando un rendimiento óptimo incluso en condiciones cambiantes (Isermann, 1982). Gracias a esta flexibilidad, el control adaptativo se ha convertido en una herramienta clave en aplicaciones como robótica, automatización industrial y sistemas aeroespaciales.

Existen diversas familias de controladores adaptativos, que se clasifican según el enfoque utilizado para ajustar los parámetros (Narendra & Annaswamy, 2012). Entre las más relevantes se encuentran:

- Control Adaptativo por Modelo de Referencia (MRAC, Model Reference Adaptive Control): Este enfoque utiliza un modelo de referencia que define el comportamiento deseado del sistema. El controlador ajusta sus parámetros para minimizar la diferencia entre la salida del sistema real y la del modelo de referencia. El MRAC se divide en dos subcategorías principales:
  - MRAC Directo: En este enfoque, los parámetros del controlador se ajustan directamente en función del error entre el modelo de referencia y la planta real. Es eficaz en sistemas donde existe una relación clara entre las variables del sistema y los parámetros del controlador.
  - MRAC Indirecto: Este método primero estima los parámetros del sistema en tiempo real y, con base en estas estimaciones, ajusta los parámetros del controlador. Aunque es más complejo, proporciona mayor flexibilidad y precisión en sistemas con alta incertidumbre.

- **Control Adaptativo Robusto:** Combina técnicas de control adaptativo con principios de control robusto para manejar incertidumbres mayores y perturbaciones externas. Este enfoque es útil en sistemas con ruido significativo o modelos altamente aproximados.
- **Control Adaptativo Inteligente:** Utiliza herramientas avanzadas como redes neuronales, lógica difusa y algoritmos de aprendizaje para ajustar los parámetros del controlador. Es útil en sistemas complejos o no lineales donde las técnicas tradicionales no son suficientes.

## 5.6. Índices de Desempeño

Los índices de desempeño son herramientas cuantitativas utilizadas para evaluar la efectividad de los controladores en sistemas dinámicos. Estos índices permiten comparar el comportamiento del sistema bajo diferentes estrategias de control, proporcionando una medida objetiva de su rendimiento (Duarte-Mermoud & Prieto, 2004). Entre los índices más comunes se encuentran:

- **Tiempo de asentamiento ( $t_s$ ):** Representa el tiempo que tarda la salida del sistema en permanecer dentro de un rango definido alrededor del valor de referencia, generalmente del 2% o 5%.
- **Sobrepaso ( $S_p$ ):** Indica el valor máximo que excede la salida respecto al valor de referencia, expresado como un porcentaje.
- **Error en régimen permanente ( $e_\infty$ ):** Es la diferencia entre el valor de referencia y la salida del sistema cuando se alcanza el estado estacionario:

$$e_\infty = y_{\text{ref}} - y_\infty. \quad (7)$$

donde  $y_\infty$  es el valor de la salida en estado estacionario.

- **Integral del Cuadrado del Error (ISE):** Penaliza errores grandes al elevarlos al cuadrado:

$$ISE = \int_0^T e^2(t) dt. \quad (8)$$

- **Integral del Cuadrado de la Entrada (ISI):** Mide la eficiencia energética del controlador y se define como:

$$ISI = \int_0^T u^2(t) dt. \quad (9)$$

donde  $u(t)$  es la señal de control y  $T$  es el tiempo total de operación.

Estos índices permiten analizar el equilibrio entre precisión, estabilidad y eficiencia en el desempeño del sistema, facilitando la selección del controlador más adecuado según los requerimientos específicos de cada aplicación.

## 6. Metodología

A continuación, se presenta la metodología empleada para modelar la planta Quanser Aero y diseñar los controladores. Primero, se describen las ecuaciones no lineales y su aproximación lineal, tras lo cual se obtienen la función de transferencia y la representación en el espacio de estados. Con ello, se implementan los controladores PID, LQR y Adaptativo en Simulink, incluyendo consideraciones como los bloques de saturación y la protección del rango de voltaje, con el fin de asegurar la validez de la implementación.

### 6.1. Modelo del sistema

El sistema de helicóptero Quanser Aero utiliza dos hélices, situadas a diferentes distancias desde el origen. La hélice horizontal, conectada a un motor de corriente continua, permite la rotación alrededor del eje  $y$ , creando el ángulo de Pitch o cabeceo. Mientras que la hélice vertical, impulsada por un motor idéntico, genera un torque alrededor del eje  $z$ , produciendo el ángulo de Yaw o guiñada.

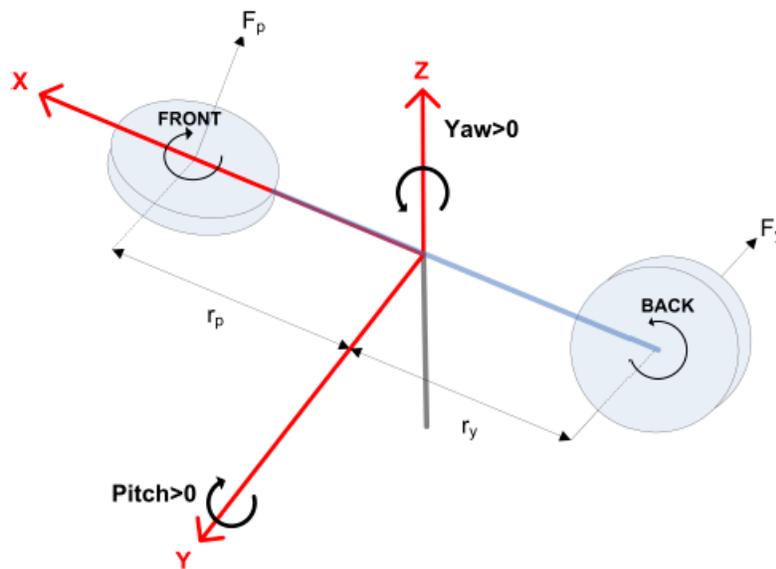


Figura 1: Modelo Quanser Aero.  
Fuente: (Quanser Aero User Manual, 2016).

Las principales variables de estado que describen el sistema son los ángulos de pitch  $\theta$  y yaw  $\psi$ , junto con sus respectivas velocidades, mientras que las entradas del sistema son los voltajes aplicados a los dos motores DC .

El sistema se describe mediante la mecánica lagrangiana (Schlanbusch, 2019), un enfoque que permite derivar las ecuaciones de movimiento a partir de la energía cinética y potencial del sistema.

Al aplicar estos principios se obtienen las siguientes ecuaciones de movimiento no lineales, que representan cómo el sistema evoluciona a lo largo del tiempo en respuesta a las fuerzas aplicadas y a sus propias dinámicas internas.

$$\ddot{\theta} = J_p^{-1}(K_{pp}V_p + K_{py}V_y - K_s \sin(\theta) - D_p \dot{\theta}), \quad (10)$$

$$\ddot{\psi} = J_y^{-1}(K_{py}V_p + K_{yy}V_y - D_y \dot{\psi} \cos(\theta)). \quad (11)$$

Donde los parámetros de las ecuaciones (10) y (11) están definidos en la tabla a continuación.

Tabla 1: Definición de parámetros

$V_p$	Voltaje aplicado al motor del rotor de pitch	$V_y$	Voltaje aplicado al motor del rotor de yaw
$J_p$	Momento de inercia total con respecto al eje de pitch	$J_y$	Momento de inercia total con respecto al eje de yaw
$D_p$	Coefficiente de amortiguamiento respecto al eje de pitch	$D_y$	Coefficiente de amortiguamiento respecto al eje de yaw
$K_{pp}$	Ganancia de torque generada por el rotor de pitch	$K_{yy}$	Ganancia de torque generada por el rotor de yaw
$K_{py}$	Ganancia de torque cruzado que afecta el pitch debido al rotor de yaw	$K_{yp}$	Ganancia de torque cruzado que afecta el yaw debido al rotor de pitch
$K_{sp}$	Rigidez del sistema en el eje de pitch		

## 6.2. Aproximación lineal

Para simular y diseñar los controladores se utiliza la aproximación lineal del sistema entregada por la documentación de la planta Quanser Aero (Quanser Aero User Manual, 2016), la cual coincide con el modelo anterior linealizado en torno a un  $\theta$  muy pequeño. De este modo las ecuaciones a considerar son las siguientes:

$$J_p \ddot{\theta} + D_p \dot{\theta} + K_{sp} \theta = K_{pp} V_p + K_{py} V_y, \quad (12)$$

$$J_y \ddot{\psi} + D_y \dot{\psi} = K_{yp} V_p + K_{yy} V_y. \quad (13)$$

## 6.3. Función de transferencia

La función de transferencia de un sistema se define como la relación entre la transformada de Laplace de la salida del sistema y la transformada de Laplace de la entrada, considerando que

el sistema parte desde un estado de reposo, es decir, con todas las condiciones iniciales en cero.

En ingeniería, las funciones de transferencia son herramientas clave para describir cómo los sistemas lineales invariante en el tiempo responden a diferentes entradas. Son fundamentales para el análisis y el diseño de estos sistemas, ya que permiten entender y predecir su comportamiento.

Para obtener la función de transferencia del sistema linealizado de la Quanser Aero, se calcula las transformadas de Laplace de las ecuaciones (12) y (13), es decir,

$$J_p(s^2\Theta(s) - s\theta(0) - \dot{\theta}(0)) + D_p(s\Theta(s) - \theta(0)) + K_{sp}\Theta(s) = K_{pp}V_p(s) + K_{py}V_y(s), \quad (14)$$

$$J_y(s^2\Psi(s) - \psi(0)) + D_y(s\Psi(s) - \psi(0)) = K_{yp}V_p(s) + K_{yy}V_y(s). \quad (15)$$

Reemplazando condiciones iniciales nulas y factorizando,

$$\Theta(s)(J_p s^2 + D_p s + K_{sp}) = K_{pp}V_p(s) + K_{py}V_y(s), \quad (16)$$

$$\Psi(s)(J_y s^2 + D_y s) = K_{yp}V_p(s) + K_{yy}V_y(s). \quad (17)$$

Como el sistema corresponde a un sistema MIMO (Multiple Input Multiple Output), este posee 2 entradas y 2 salidas, por lo que se obtienen 4 funciones de transferencia de (15) y (16). A saber,

$$\frac{\Theta(s)}{V_p(s)} = \frac{K_{pp}}{J_p s^2 + D_p s + K_{sp}}, \quad \frac{\Theta(s)}{V_y(s)} = \frac{K_{py}}{J_p s^2 + D_p s + K_{sp}}, \quad (18)$$

$$\frac{\Psi(s)}{V_p(s)} = \frac{K_{yp}}{J_y s^2 + D_y s}, \quad \frac{\Psi(s)}{V_y(s)} = \frac{K_{yy}}{J_y s^2 + D_y s}. \quad (19)$$

#### 6.4. Representación en variables de estado

Las variables de estado, o la representación en el espacio de estados, son una herramienta fundamental en la teoría del control moderno, que permite describir de manera completa el comportamiento dinámico de cualquier sistema o proceso. A diferencia de las funciones de transferencia, la representación en el espacio de estados ofrece una perspectiva más amplia al modelar tanto las variables internas, conocidas como variables de estado, como las externas del sistema. Esta metodología es particularmente útil cuando se trabaja con sistemas de orden elevado, no lineales o con múltiples entradas y salidas, ya que proporciona una visión más detallada y estructurada del sistema

Para obtener la representación en variables de estado del sistema linealizado se impuso

los siguientes vectores de estado, salida y entrada, respectivamente.

$$\mathbf{x}^T = [\theta(t) \quad \psi(t) \quad \dot{\theta}(t) \quad \dot{\psi}(t)] \quad (20)$$

$$\mathbf{y}^T = [\theta(t) \quad \psi(t)] \quad (21)$$

$$\mathbf{u}^T = [V_p \quad V_y]. \quad (22)$$

De ese modo, despejando las ecuaciones (12) y (13) se obtiene:

$$\ddot{\theta} = \frac{K_{pp}}{J_p} V_p + \frac{K_{py}}{J_p} V_y - \frac{D_p}{J_p} \dot{\theta} - \frac{K_{sp}}{J_p} \theta, \quad (23)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{K_{yp}}{J_y} V_p + \frac{K_{yy}}{J_y} V_y - \frac{D_y}{J_y} \dot{\psi}. \quad (24)$$

Finalmente, utilizando matrices se obtienen las siguientes matrices de estado,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{K_{sp}}{J_p} & 0 & -\frac{D_p}{J_p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{D_y}{J_y} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K_{pp}}{J_p} & \frac{K_{py}}{J_p} \\ \frac{K_{yp}}{J_y} & \frac{K_{yy}}{J_y} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

## 6.5. Obtención de Parámetros

Ciertos parámetros de las ecuaciones están ligados fuertemente con los materiales de la máquina, por lo que estos son entregados en el manual de esta. Para los demás parámetros se requieren realizar experimentos para encontrar sus valores en concreto. Luego de comprobar su funcionamiento, se decidió utilizar únicamente los parámetros dados por la guía incluida con la máquina, los cuales corresponden a:

Tabla 2: Valores de los parámetros del sistema

Parámetro	Valor
$J_p$	0,0219
$J_y$	0,0220
$K_{sp}$	0,0375
$D_p$	0,0071
$D_y$	0,0220
$K_{pp}$	0,0011
$K_{yy}$	0,0022
$K_{py}$	0,0021
$K_{yp}$	-0,0027

## 6.6. Diseño y Elaboración de Simulaciones

Para el diseño de los controladores, se necesitó trabajar con la planta simulada en base al sistema modelado de la Quanser Aero. Se utilizó MATLAB y Simulink para crear un modelo dinámico del sistema que describe las interacciones entre las entradas de control y las salidas del sistema. El modelo se implementó en Simulink mediante bloques que representan tanto las dinámicas físicas de la planta como los controladores

Se desarrollaron dos subsistemas en Simulink que representan el modelo de la Quanser Aero. Estos subsistemas fueron diseñados con enfoques distintos para abordar de manera efectiva los controladores a implementar.

El primer subsistema se construyó utilizando las funciones de transferencia del sistema. Este enfoque es particularmente adecuado para el diseño de un controlador PID, ya que permite una representación directa de la relación entre la entrada y la salida del sistema en el dominio de la frecuencia. La implementación de este modelo facilitó la sintonización de las ganancias del controlador PID, con el objetivo de optimizar parámetros clave como el tiempo de asentamiento, el sobrepaso y el error en estado estacionario. Para ello se utilizaron las funciones de transferencia de las ecuaciones (18) y (19).

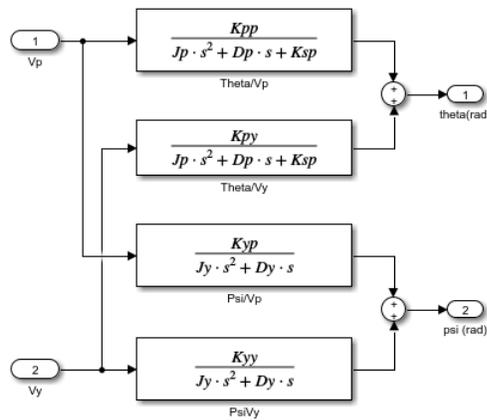


Figura 2: Modelo del Sistema simulado en base a funciones de transferencia  
 Fuente: Elaboración propia.

El segundo subsistema fue diseñado utilizando el modelo en espacio de estados, una representación que resulta adecuada para el diseño y análisis de controladores avanzados, como el LQR (Linear Quadratic Regulator) y el controlador Adaptativo. En este enfoque, el sistema se describe mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales lineales, que permiten modelar la dinámica del sistema de manera más detallada y precisa. Las matrices utilizadas para representar el sistemas corresponden a las obtenidas en la ecuación (25).

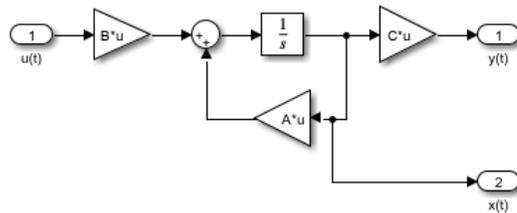


Figura 3: Modelo del Sistema simulado en variables de estado  
 Fuente: Elaboración propia.

Adicional a los modelos, es necesario utilizar bloques de saturación de Simulink justo antes de la entrada del sistema, esto debido a que el motor de la Quanser Aero trabaja en un rango de  $\pm 24$  [V]. De este modo la entrada del sistema que entregue cualquier controlador estará acotada en el rango de trabajo del motor.

### 6.6.1. Valores de Referencia y Configuración de Simulación

Para la evaluación del sistema Quanser Aero, se establecieron valores de referencia y configuraciones específicas que garantizan la validez y consistencia de los resultados obtenidos.

Los valores de referencia seleccionados son:  $15^\circ$  para el ángulo de pitch y  $-30^\circ$  para el ángulo de yaw, los cuales están relacionados con movimientos típicos de aeronaves. El ángulo de pitch representa un ascenso controlado, como el que ocurre durante un despegue, mientras que el ángulo de yaw corresponde a una desviación significativa hacia un lado, común en maniobras de cambio de rumbo. Estas referencias permiten analizar el desempeño de los controladores en condiciones que simulan maniobras reales, asegurando que los resultados obtenidos sean representativos y aplicables en sistemas con dinámicas similares a las de vehículos aéreos. Los valores de referencia seleccionados son:  $15^\circ$  para el ángulo de pitch y  $-30^\circ$  para el ángulo de yaw, los cuales están relacionados con movimientos típicos de aeronaves. El ángulo de pitch representa un ascenso controlado, como el que ocurre durante un despegue, mientras que el ángulo de yaw corresponde a una desviación significativa hacia un lado, común en maniobras de cambio de rumbo. Estas referencias permiten analizar el desempeño de los controladores en condiciones que simulan maniobras reales, asegurando que los resultados obtenidos sean representativos y aplicables en sistemas con dinámicas similares a las de vehículos aéreos.

Además, las condiciones iniciales del sistema fueron establecidas en  $0^\circ$  para ambos ejes, lo que facilita la evaluación del desempeño de los controladores desde un estado de reposo, permitiendo observar claramente la respuesta transitoria hacia los valores de referencia seleccionados.

El tiempo de simulación se fijó en 10 segundos, ya que esta duración resulta suficiente para que el sistema alcance el régimen permanente, permitiendo además observar detalladamente el comportamiento transitorio, incluyendo el sobreimpulso, el tiempo de asentamiento y la estabilización del error. Este intervalo de tiempo ofrece un equilibrio entre una evaluación detallada del sistema y un costo computacional razonable, favoreciendo la repetibilidad de las simulaciones.

Adicionalmente, los límites de operación de los actuadores se establecieron en  $\pm 24\text{ V}$ , de acuerdo con las especificaciones técnicas de la planta Quanser Aero. Estas configuraciones aseguran que el sistema opere dentro de los rangos seguros y permite analizar el desempeño de los controladores bajo condiciones representativas y consistentes tanto en simulación como en la planta física.

### **6.6.2. Diseño del controlador PID**

El diseño del controlador PID para el sistema Quanser Aero, un sistema MIMO con dos entradas y dos salidas, es realizado mediante la implementación de controladores PID independientes para cada eje, considerando los ejes Pitch y Yaw como sistemas desacoplados.. Esto se refiere a trabajar con el eje del Pitch y Yaw como 2 plantas separadas, sin tomar en cuenta el acoplamiento entre los ejes. Para ello se trabajó únicamente con las funciones de transferencias  $\Theta(s)/V_p(s)$  y  $\Psi(s)/V_y(s)$  y con el bloque PID entregado por la librería de Quanser, como se aprecia en la figura 4.

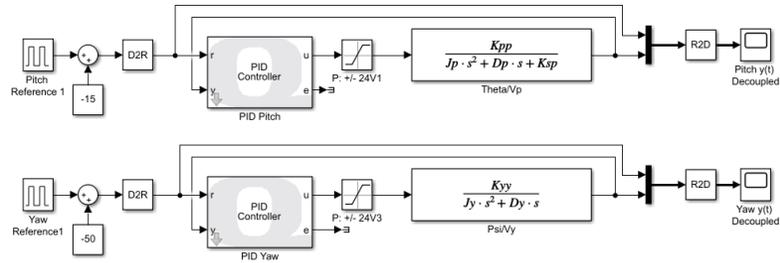


Figura 4: Modelo del Sistema simulado desacoplado bajo la acción de los controladores PID  
Fuente: Elaboración propia.

La sintonización de los controladores es llevada a cabo utilizando la función pidtune de Matlab, la cual genera automáticamente los parámetros del controlador PID basándose en el modelo lineal del sistema entregado. Sin necesidad de ajustes iniciales o especificación de requisitos, pidtune proporcionó valores predeterminados que resultaron adecuados para el control del sistema, logrando un equilibrio entre velocidad de respuesta y estabilidad. En la tabla a continuación se muestra el valor de las ganancias de cada controlador.

Tabla 3: Parámetros de los Controladores PID

Parámetro	Controlador Pitch	Controlador Yaw
$P$	276	21,1
$I$	135	5,39
$D$	111	18,3

Una vez obtenido los parámetros de los controladores, se utiliza el modelo de la planta en base a sus funciones de transferencia, y se conecta cada controlador a la entrada de su respectiva variable de salida.

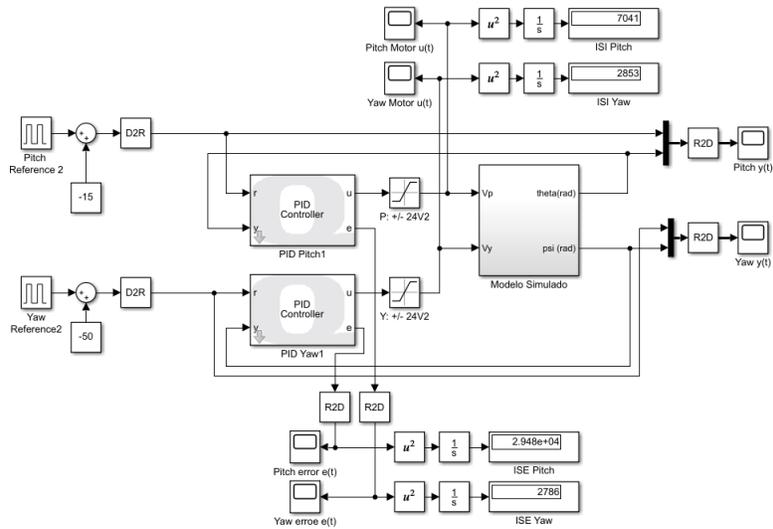


Figura 5: Modelo del Sistema simulado bajo la acción de los controladores PID  
Fuente: Elaboración propia.

### 6.6.3. Diseño del controlador LQR

Para el diseño del controlador LQR (Linear Quadratic Regulator) se utilizó el modelo en variables de estado de la planta simulada. De manera empírica se encontraron valores adecuados de la matriz de ponderación de estados  $Q$  y la matriz de ponderación del esfuerzo de control  $R$ . Es necesario encontrar una buena relación en estos parámetros, de modo que el sistema se comporte adecuadamente, logrando seguir el valor de referencia ocupando el menor esfuerzo posible. Luego de varios experimentos se obtuvo 2 valores de las matrices  $Q$  Y  $R$  que presentaban resultados prometedores, definiendo LQR1 como el controlador que presenta mayor enfoque en el esfuerzo de control y LQR2 como el controlador que presenta mayor enfoque en el error. Los valores de  $Q$  y  $R$  seleccionados para ambos controladores son los siguientes:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 250 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 250 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 40 \end{bmatrix}, \quad R_1 = 0,001 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 350 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 250 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 50 \end{bmatrix}, \quad R_2 = 0,0002 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Con estos valores se contruyen las matrices de ganancias de retroalimentación  $K$  para cada

controlador usando el comando "lqr()" de Matlab. Los valores de las matrices  $K_1$  y  $K_2$  son mostrados a continuación.

$$K_1 = \begin{bmatrix} 221,3 & -310,6 & 49,5 & -165,4 \\ 298,3 & 231,3 & 63,7 & 122,2 \end{bmatrix}, \quad (28)$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 802,2 & -882,4 & 95,8 & -685,1 \\ 1031,6 & 686,6 & 120,5 & 532,7 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

Finalmente se contruyó la Simulación del sistema completo utilizando los bloques de simulink, como se aprecia en la siguiente figura:

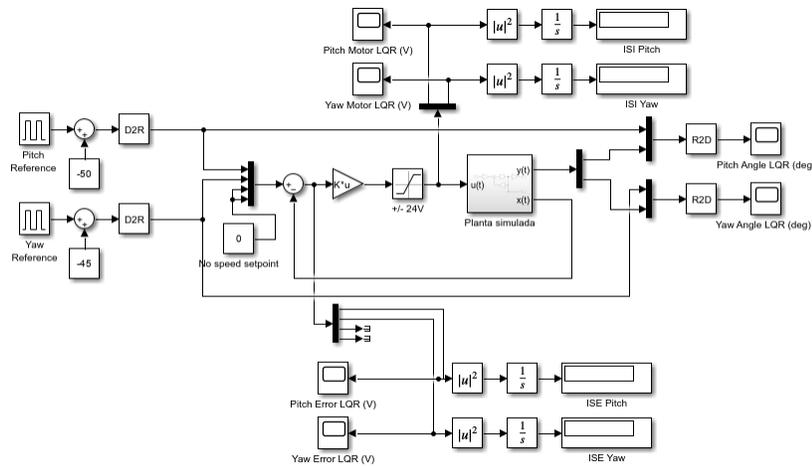


Figura 6: Modelo del Sistema simulado bajo control LQR  
Fuente: Elaboración propia.

#### 6.6.4. Diseño del controlador Adaptativo

El diseño del controlador adaptativo se basa en el enfoque del Control Adaptativo por Modelo de Referencia Directo, siguiendo una metodología similar a la empleada para el controlador PID. Se implementan dos controladores independientes para las funciones de transferencia  $\Theta(s)/V_p(s)$  y  $\Psi(s)/V_y(s)$ , ya que estas representan las dinámicas con mayor influencia en sus respectivos ejes de Pitch y Yaw.

Es importante destacar que, en esta sección, se emplea un vector de parámetros  $\theta$ , el cual no está relacionado con el ángulo del Pitch, sino que corresponde a un conjunto de variables internas utilizadas por el controlador para ajustar su respuesta en tiempo real. El objetivo del control adaptativo es conseguir que la planta a trabajar siga el comportamiento de una planta de referencia elegida. Para ello se construye una entrada mediante el uso de un vector de parámetros

del controlador  $\theta$ , el cual contiene los valores que se adaptarán y cambiarán su valor para que el sistema a trabajar iguale la planta de referencia.

Como modelos de referencia se escogieron las funciones de transferencia mostradas en las ecuaciones (30) y (31) correspondiendo a  $F_{mp}$  el modelo de referencia para el ángulo del Pitch y  $F_{my}$  para el ángulo del Yaw. Estas funciones fueron escogidas debido a su estabilidad, rápida dinámica y comportamiento muy similar a lo que se busca como valor de referencia.

$$F_{mp} = \frac{10}{s^2 + 7s + 10}, \quad (30)$$

$$F_{my} = \frac{10}{s + 2}. \quad (31)$$

Para lograr que la planta a trabajar se comporte como las de referencia es necesario definir leyes de ajustes adaptativas, las cuales se encargarán de modificar el vector de parámetros del controlador  $\theta$  y lograr el objetivo de control. Las leyes de ajuste definidas para ambos ejes se muestran a continuación.

$$\dot{k}(t) = -sgn(k_p)\gamma_1 e_1(t)r(t), \quad (32)$$

$$\dot{\theta}_0(t) = -sgn(k_p)\gamma_2 e_1(t)y_p(t), \quad (33)$$

$$\dot{\theta}_1(t) = -sgn(k_p)\gamma_3 e_1(t)\omega_1(t), \quad (34)$$

$$\dot{\theta}_2(t) = -sgn(k_p)\gamma_4 e_1(t)\omega_2(t). \quad (35)$$

En donde el parámetro  $k_p$  corresponde a la ganancia de alta frecuencia de las plantas a trabajar, y en ambos ejes coincide en ser positiva. Los valores de  $\gamma_n$  corresponden a ganancias de las leyes de ajustes y fueron establecidas como  $\gamma = [100, 1, 1, 1]$  para asegurar una rápida convergencia al modelo de referencia. El parámetro  $e_1$  corresponde al error entre la salida del modelo de referencia y la salida de la planta a trabajar. Finalmente los parámetros  $r(t)$  e  $y_p(t)$  corresponden al valor de referencia y a la salida de la planta a trabajar, respectivamente, mientras que los valores  $\omega_1$  y  $\omega_2$  se obtienen a partir de la entrada y salida de la planta, respectivamente.

Mediante una serie de pruebas de funcionamiento se demostró que el comportamiento de los controladores lograba seguir al modelo de referencia, sin embargo, durante los primeros segundos utilizaba una cantidad muy elevada de esfuerzo de control, lo que se traduciría en un alto valor del voltaje para la planta física. Debido a ese motivo, se propuso realizar un controlador mixto, utilizando los controladores PID diseñados en la sección 6.6.2 durante los primeros segundos para luego cambiar al control adaptativo. La simulación de ambos controladores se representa en las figuras 7 y 8 a continuación.

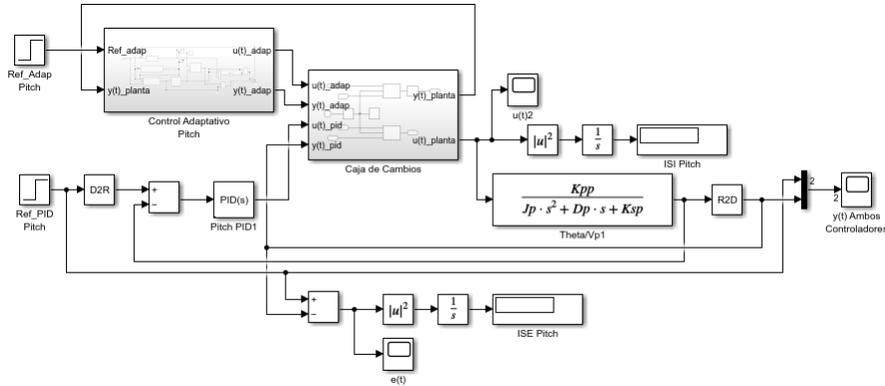


Figura 7: Modelo del Sistema del Pitch simulado bajo control Adaptativo+PID  
Fuente: Elaboración propia.

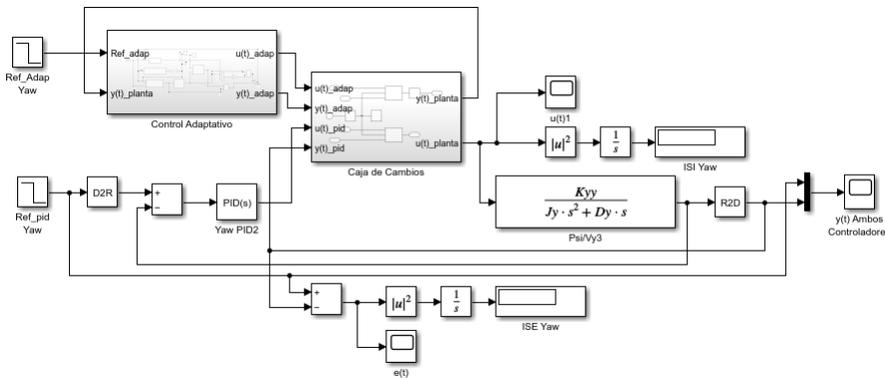


Figura 8: Modelo del Sistema del Yaw simulado bajo control Adaptativo+PID  
Fuente: Elaboración propia.

La conmutación entre los controladores se llevó a cabo a los 3 segundos para el eje Pitch y a los 2 segundos para el eje Yaw. Estos tiempos fueron seleccionados tras realizar pruebas iterativas, determinando que eran los valores mínimos en los cuales el controlador adaptativo podía asumir de manera estable el seguimiento de la referencia sin comprometer la dinámica del sistema. Este enfoque permitió aprovechar las ventajas del PID en la etapa inicial, reduciendo el esfuerzo de control, y posteriormente beneficiarse de la mayor adaptabilidad del controlador adaptativo.

## 6.7. Métricas de Comparación

Para evaluar el rendimiento de cada controlador, se emplearán como métricas de comparación los índices de desempeño *ISE* e *ISI*, los cuales permiten analizar el comportamiento del error del sistema y la eficiencia energética del controlador, respectivamente. Estos índices se calculan mediante las siguientes expresiones:

$$ISE = \int_0^T e^2(t) dt, \quad (36)$$

$$ISI = \int_0^T u^2(t) dt. \quad (37)$$

Adicionalmente, se define una funcional de costo  $J$ , que combina ambas métricas para proporcionar una medida general del desempeño del sistema:

$$J = ISE + ISI. \quad (38)$$

Estas métricas permiten realizar comparaciones cuantitativas entre los controladores, considerando tanto la precisión en el seguimiento de la referencia como el esfuerzo de control aplicado.

## 6.8. Comunicación con la Planta física

La comunicación con la planta Quanser Aero se llevó a cabo mediante Simulink, utilizando una librería específica proporcionada por Quanser. Esta librería incluye bloques preconfigurados que permiten establecer una conexión directa entre el modelo en Simulink y el hardware físico de la máquina. Antes de ejecutar el código de control, era necesario construir y compilar el modelo en Simulink para generar el ejecutable que interactúa con la planta en tiempo real. Este proceso aseguraba una sincronización precisa entre las simulaciones y la operación del sistema físico, permitiendo implementar y probar los controladores en condiciones experimentales de forma eficiente y segura.

## 7. Resultados

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en la simulación y en la implementación física de la planta Quanser Aero, con el propósito de contrastar y complementar la información derivada de ambos entornos. Se mantiene para todos los controladores diseñados el mismo valor de referencia, así como las mismas condiciones iniciales y tiempo de ejecución. De esta forma, es posible comparar directamente el comportamiento del sistema bajo hipótesis ideales (simulación) y bajo circunstancias reales (planta física), evaluando la precisión de los modelos, la eficacia de los controladores y los efectos de factores no modelados.

### 7.1. Validación del Modelo Simulado

Para iniciar el análisis, se muestra la comparación entre la respuesta de la planta física y la planta simulada. Se aplicó el mismo perfil de voltaje (un impulso de 5 V para el eje Pitch y otro de 10V para el eje Yaw, ambos con una duración de 10 s y un desfase de 5 s) a fin de comprobar la precisión del modelo linealizado.

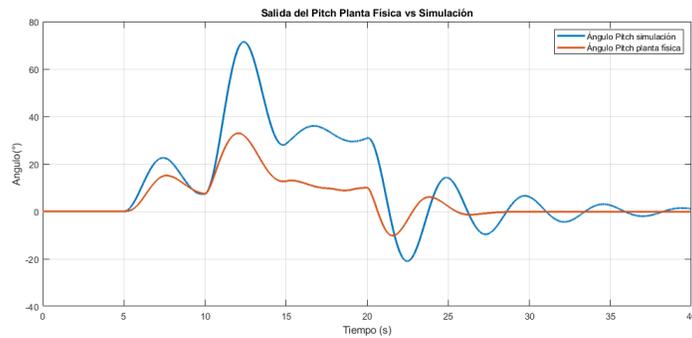


Figura 9: Validación del modelo en el eje Pitch: comparación entre la planta real y la simulada.  
Fuente: Elaboración propia.

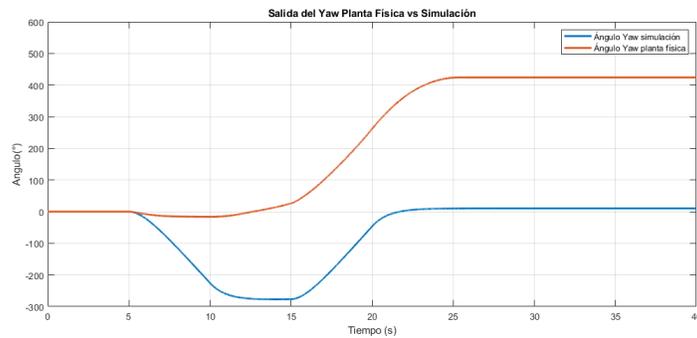


Figura 10: Validación del modelo en el eje Yaw: comparación entre la planta real y la simulada.  
Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 9, puede observarse que el modelo linealizado reproduce de manera satisfactoria la dinámica principal del Pitch, aunque existen ligeras diferencias en la fase transitoria debido a fuerzas no modeladas. Por su parte, la Figura 10 muestra resultados similares en el Yaw, confirmando que el modelo es válido para ensayar diversas estrategias de control, siempre y cuando se consideren las limitaciones de la aproximación lineal.

## 7.2. Análisis de las Simulaciones

Con el modelo validado, se implementaron diferentes controladores (PID, LQR1, LQR2 y Adaptativo+PID) para ambos ejes, manteniendo las mismas condiciones de simulación para cada controlador (Condiciones iniciales, Valores de referencia, Tiempo de simulación). A continuación, se presentan y comparan las gráficas de la salida, el error de seguimiento y la señal de control, todas en el mismo horizonte temporal.

### 7.2.1. Salidas de las Simulaciones

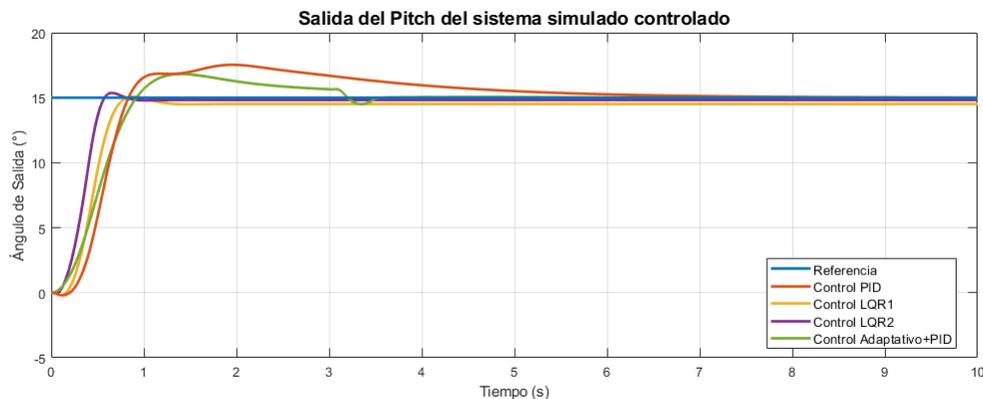


Figura 11: Salida del eje Pitch para cada controlador (PID, LQR1, LQR2, Adaptativo+PID)  
Fuente: Elaboración propia.

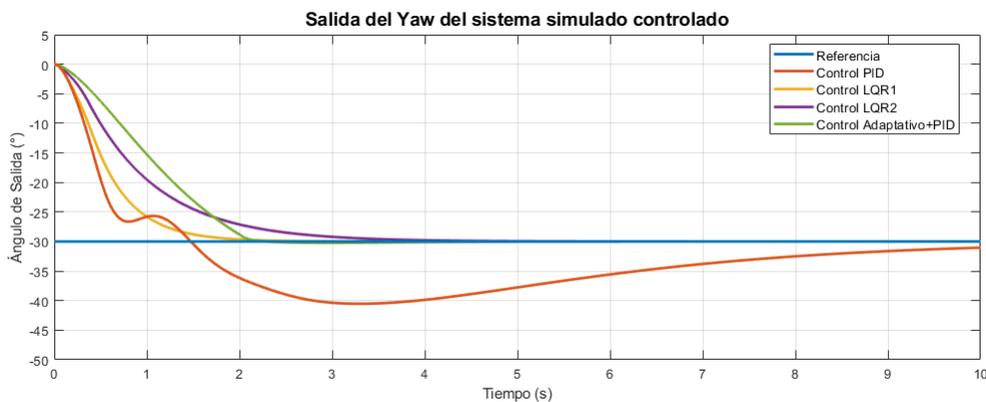


Figura 12: Salida del eje Yaw para cada controlador (PID, LQR1, LQR2, Adaptativo+PID)  
Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 11 se aprecia que el controlador PID logra un seguimiento aceptable, aunque presenta un sobrepaso y un tiempo de asentamiento moderado. El LQR1 ofrece una respuesta más rápida y con menor esfuerzo inicial, mientras que el LQR2 reduce el error en régimen permanente a costa de un mayor sobrepaso transitorio. El Adaptativo+PID, por su parte, corrige con gran rapidez luego de una conmutación inicial a los 3 segundos, alcanzando así un error de control muy reducido.

En la Figura 12 se observa que tanto el LQR1 como el Adaptativo+PID exhiben una velocidad de convergencia muy alta (del orden de 2 segundos), lo que reduce considerablemente el tiempo de asentamiento. El LQR2, en cambio, presenta una dinámica más lenta. El PID cumple su función, aunque muestra un sobrepaso y un período de oscilación mayores en comparación con las demás estrategias de control.

### 7.2.2. Errores de Control de las Simulaciones

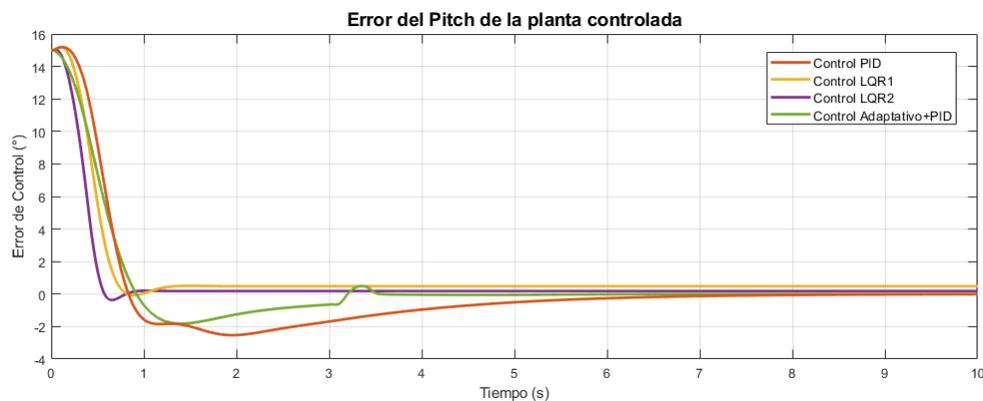


Figura 13: Error de control del eje Pitch para cada controlador (PID, LQR1, LQR2, Adaptativo+PID)  
Fuente: Elaboración propia.

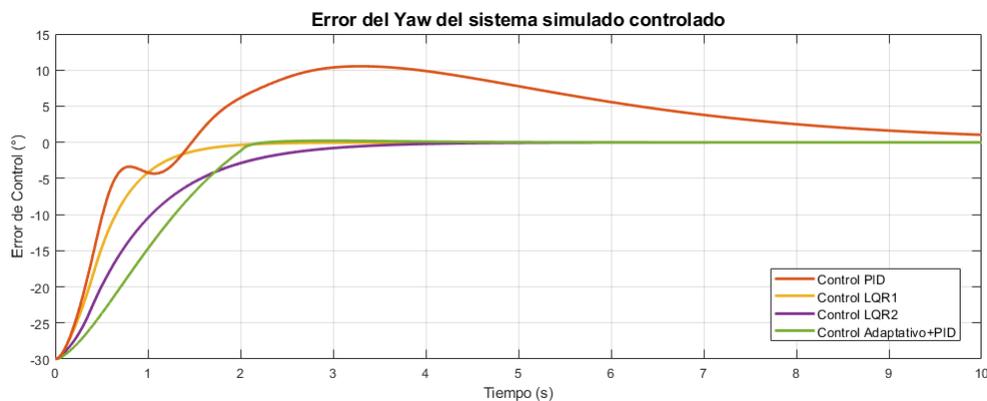


Figura 14: Error de control del eje Yaw para cada controlador (PID, LQR1, LQR2, Adaptativo+PID)  
Fuente: Elaboración propia.

La Figura 13 muestra la evolución del error de seguimiento a lo largo de los 10 segundos de simulación. El LQR2 presenta un sobrepaso inicial mayor, pero logra estabilizar el error en valores casi nulos con el paso del tiempo. El LQR1 ofrece un compromiso que evita grandes picos de error inicial y se asienta con rapidez, aunque su error final no es tan bajo como el de LQR2. El PID desciende de forma más lenta, mientras que el Adaptativo+PID converge con rapidez hacia cero después de la fase inicial de transición.

Por su parte, la Figura 14 evidencia el comportamiento del error en el eje Yaw. El LQR1 reduce rápidamente la desviación desde la condición inicial, demostrando una elevada velocidad de respuesta. El LQR2, aunque presenta una dinámica algo más lenta, aproxima el error casi a cero en el régimen estacionario. El Adaptativo+PID requiere primero la etapa PID para evitar la saturación del sistema; no obstante, en cuanto la parte adaptativa entra en funcionamiento, el error se atenúa con gran rapidez. El PID, finalmente, experimenta un descenso gradual que, si bien culmina cercano a cero, resulta menos eficiente que las demás estrategias de control.

Para un análisis más exhaustivo, se centró el estudio del error en régimen permanente para ambos ejes, considerando únicamente el último segundo de simulación, tal y como se ilustra en las figuras que se presentan a continuación.

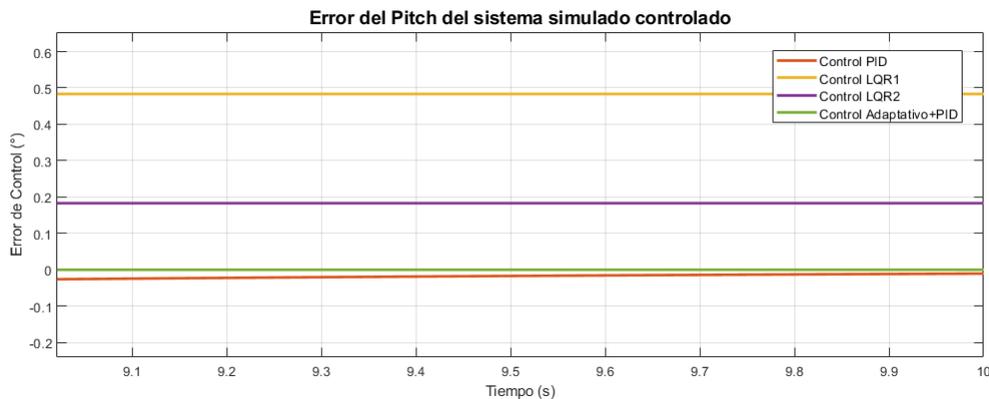


Figura 15: Error de control en régimen permanente del eje Pitch  
Fuente: Elaboración propia.

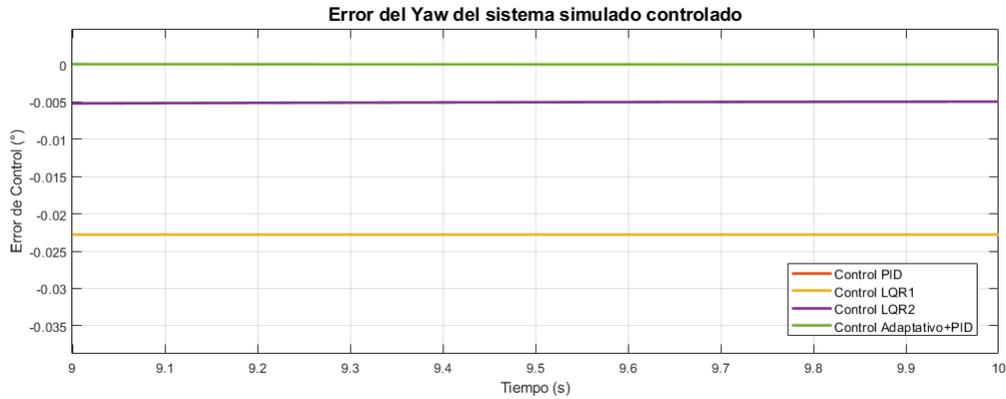


Figura 16: Error de control en régimen permanente del eje Yaw  
Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 15 se observa que el controlador PID y el esquema Adaptativo+PID mantienen valores muy próximos a cero, con errores en régimen permanente del orden de  $10^{-2}$  y  $10^{-8}$ , respectivamente. Por su parte, LQR1 y LQR2 registran valores de error cercanos a 0,5 y 0,2 grados, respectivamente.

La Figura 16 muestra que LQR1 y LQR2 también presentan errores muy reducidos, del orden de  $10^{-2}$ . El controlador Adaptativo+PID consigue un error del orden de  $10^{-8}$ , mientras que el PID exhibe un error superior a un grado, lo cual indica que requiere un tiempo de simulación mayor para alcanzar el régimen permanente.

### 7.2.3. Entradas de las Simulaciones

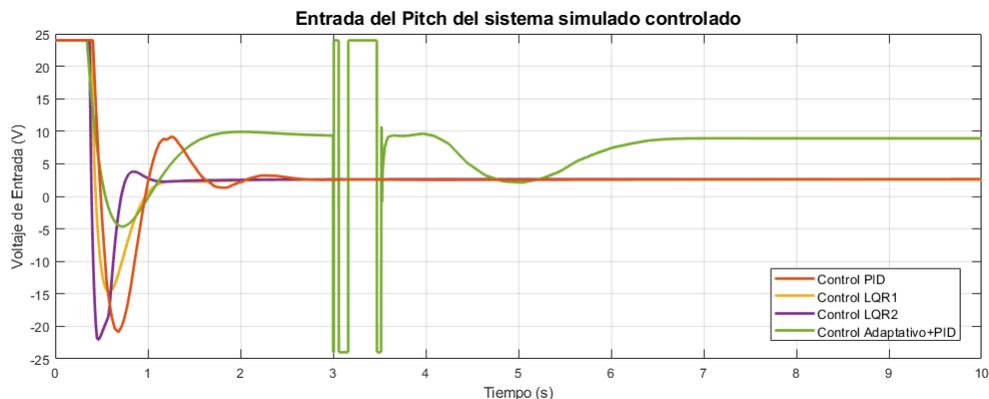


Figura 17: Entrada del eje Pitch para cada controlador (PID, LQR1, LQR2, Adaptativo+PID)  
Fuente: Elaboración propia.

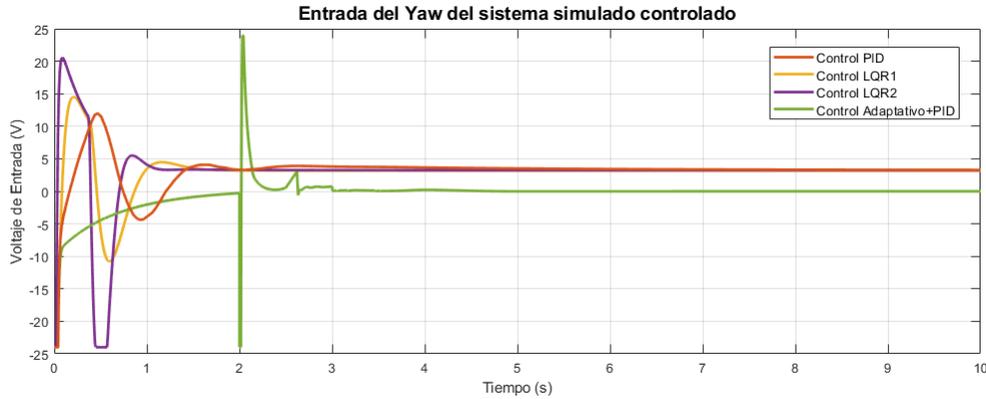


Figura 18: Entrada del eje Yaw para cada controlador (PID, LQR1, LQR2, Adaptativo+PID)  
Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 17, que muestra el voltaje aplicado al motor en el eje Pitch, se observa que LQR1 limita de manera efectiva el esfuerzo de control, en concordancia con su diseño orientado a minimizar la señal de entrada. Por su parte, LQR2 aplica un mayor voltaje en los primeros instantes para reducir de forma más agresiva el error. El PID se sitúa en niveles de voltaje intermedios, sin optimizar ni la rapidez ni el consumo de energía. Finalmente, el Adaptativo+PID experimenta un pico notable durante la conmutación a los 3 segundos, para luego estabilizarse en un voltaje superior al de las demás estrategias de control.

La Figura 18, que representa el voltaje aplicado al eje Yaw, confirma que LQR1 modera el esfuerzo de control, mientras que LQR2 recurre a un voltaje más elevado en la etapa inicial con el fin de abatir con prontitud el error. El esquema Adaptativo+PID conmuta a los 2 segundos, generando un pico breve y, posteriormente, finaliza con valores de voltaje relativamente bajos. El PID, por contraste, no resulta tan rápido ni tan eficiente en términos energéticos, lo que pone de manifiesto la sencillez de su acción correctiva frente a las estrategias basadas en optimización (LQR) o en adaptación.

#### 7.2.4. Índices de Desempeño de las Simulaciones

Para comparar el rendimiento de los controladores diseñados, se emplearon los índices de desempeño ISE e ISI para cada eje y para cada controlador. Además, se definió la función de costo  $J$ , correspondiente a la suma de ambos índices.

Tabla 4: Índices de desempeño de control simulado para el eje Pitch.

Controlador	ISE Pitch	ISI Pitch	J Pitch
PID	115,5	437,1	552,6
LQR1	86,22	338,1	424,3
LQR2	62,79	358,5	421,3
Adaptativo+PID	88,1	1146	1234,1

Tabla 5: Índices de desempeño de control simulado para el eje Yaw.

Controlador	ISE Yaw	ISI Yaw	J Yaw
PID	641,7	176,3	818
LQR1	334,6	195,6	529,9
LQR2	496,4	310,6	807
Adaptativo+PID	634,8	87,19	722

Tal como se observa en la Tabla 4, LQR2 obtiene el menor ISE (62,79), lo que implica aproximadamente un 45 % de reducción del error cuadrático integrado respecto al PID (115,5). Esto es consistente con la priorización de la precisión en su diseño, pero a costa de un ISI (358,5) ligeramente superior al de LQR1 (338,1). No obstante, la diferencia en la función de costo  $J$  entre LQR2 (421,3) y LQR1 (424,3) es de menos del 1 %, por lo que ambos se presentan como buenas opciones dependiendo de si se valora más la reducción del error en régimen permanente (LQR2) o el menor esfuerzo de control (LQR1).

Por otro lado, aunque el controlador Adaptativo+PID alcanza la referencia con alta precisión en simulaciones (según la figura 13), su ISI (1146) es más de tres veces el de LQR2, elevando la función de costo  $J$  a 1234,1. Esto ocurre principalmente por el pico inicial de voltaje durante la conmutación, que penaliza el índice de entrada cuadrática. Finalmente, el PID, a pesar de cumplir su objetivo de seguimiento, mantiene valores de ISE (115,5) e ISI (437,1) considerablemente más altos que los LQR, lo que confirma su menor eficiencia global a pesar de su simplicidad.

La Tabla 5 muestra que, en el eje Yaw, el controlador LQR1 registra el menor ISE (334,6), casi un 48 % inferior al del PID (641,7), gracias a su velocidad de convergencia observada en las figuras previas. El LQR2, por el contrario, incrementa su ISE a 496,4, revelando una dinámica algo más lenta en este eje; sin embargo, reduce el error final, tal como se percibe en la comparación gráfica. Aun así, la función de costo  $J$  se mantiene en 807 para LQR2, superando los 529,9 de LQR1.

En cuanto al Adaptativo+PID, destaca por su bajo ISI (87,19), casi la mitad del PID (176,3), debido a que, tras la conmutación inicial, este controlador ajusta rápidamente su señal de control. Ello permite alcanzar un costo  $J$  de 722, un valor notablemente menor que los 818 del PID y

cercano al de LQR2 (807), aunque sin superar la efectividad global del LQR1 (529,9).

### 7.3. Análisis de la Planta física

Para contrastar con los resultados de simulación, se implementaron en la planta Quanser Aero los controladores PID, LQR1 y LQR2, conservando para todos las mismas condiciones iniciales, el mismo valor de referencia y el mismo tiempo de ejecución empleados en la simulación. No obstante, el esquema Adaptativo+PID no pudo ser incorporado con éxito debido a dificultades de conmutación en tiempo real entre el PID y el controlador adaptativo, lo que impedía retomar la referencia con la planta física.

#### 7.3.1. Salidas de la Planta física

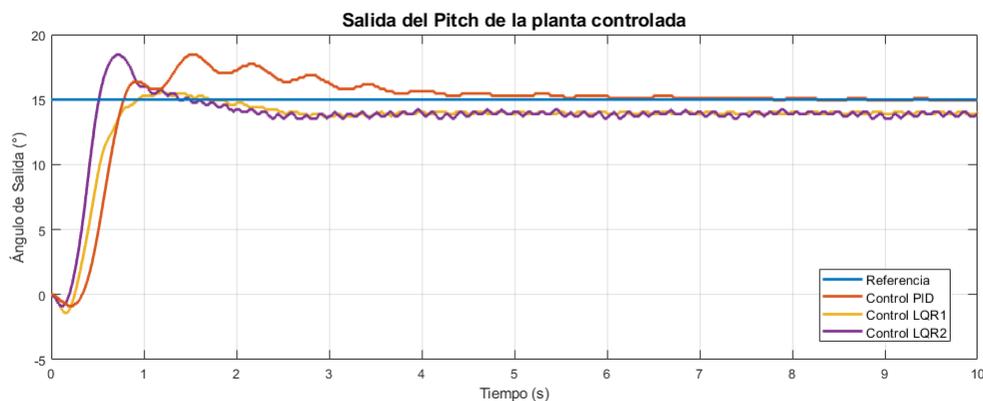


Figura 19: Salida del eje Pitch para cada controlador (PID, LQR1, LQR2)  
Fuente: Elaboración propia.

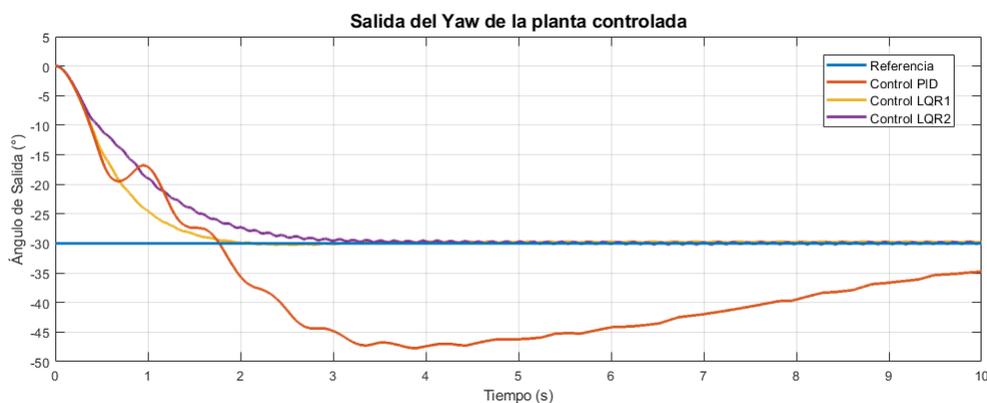


Figura 20: Salida del eje Yaw para cada controlador (PID, LQR1, LQR2)  
Fuente: Elaboración propia.

Como se aprecia en las Figuras 19 y 20, los resultados obtenidos en la planta física poseen gran similitud con aquellos de la simulación (Figuras 11 y 12). Sin embargo, la salida en la planta real presenta vibraciones y oscilaciones alrededor de los valores de referencia, algo previsible en

un entorno no ideal, influido por perturbaciones y parámetros no modelados. Adicionalmente, ambos ejes exhiben una dinámica más lenta que en la simulación, lo cual incrementa los tiempos de asentamiento. Asimismo, se observa que los controladores LQR1 y LQR2 manifiestan un error en régimen permanente más elevado que en los ensayos simulados, probablemente como consecuencia de las condiciones reales de operación.

### 7.3.2. Error de Control de la Planta física

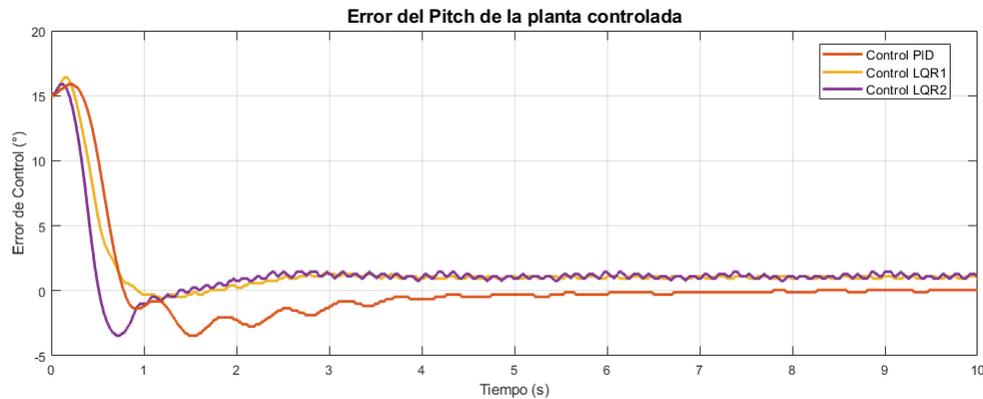


Figura 21: Error de Control del eje Pitch para cada controlador (PID, LQR1, LQR2).  
Fuente: Elaboración propia.



Figura 22: Error de Control del eje Yaw para cada controlador (PID, LQR1, LQR2).  
Fuente: Elaboración propia.

El análisis de las Figuras 21 y 22 revela que el comportamiento de la planta física es consistente con el observado en la simulación. Sin embargo, se identifica un mayor error en régimen permanente en el eje de pitch en comparación con los resultados simulados. A pesar de esta discrepancia, ambos controladores logran cumplir con el objetivo de control al seguir el valor de referencia. En el caso del eje de yaw, se observa un desempeño satisfactorio, manteniendo una buena concordancia con la referencia establecida. Los comportamientos de los controladores LQR1 y LQR2 reflejan lo obtenido en la simulación, destacándose que el controlador LQR2 presenta un

mayor sobreimpulso en comparación con LQR1.

Para un análisis más exhaustivo, se centró el estudio del error en régimen permanente para ambos ejes, considerando únicamente el último segundo muestreado, tal y como se ilustra en las figuras a continuación.

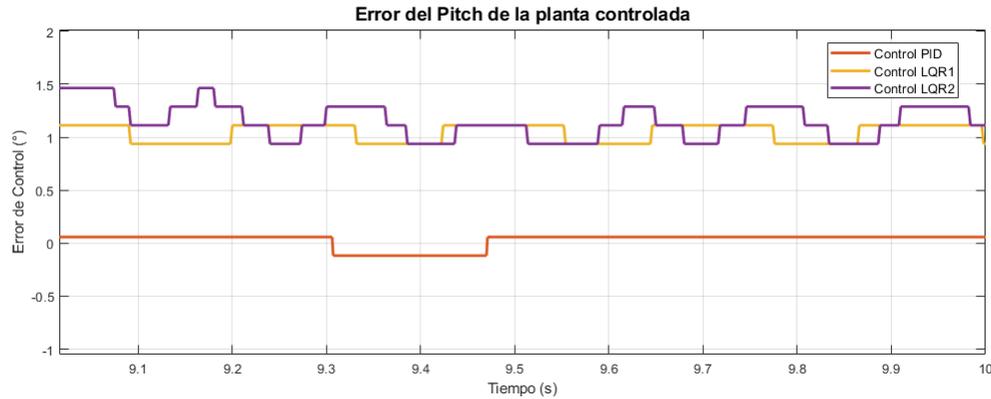


Figura 23: Error de Control en régimen permanente del eje Pitch.  
Fuente: Elaboración propia.

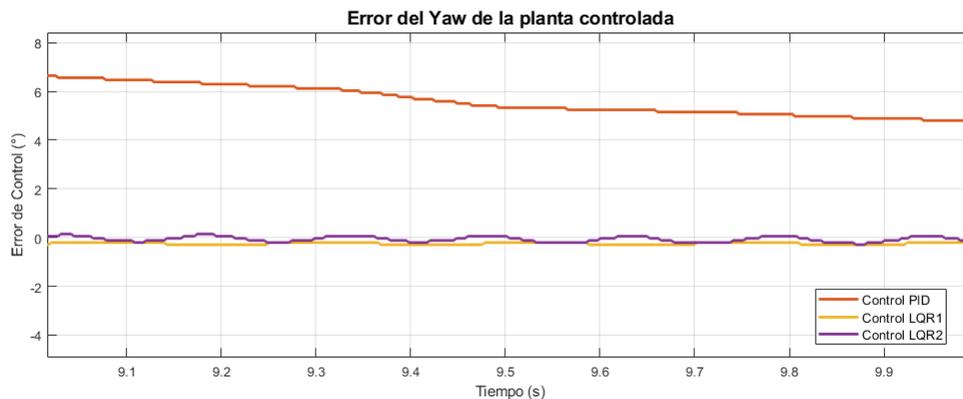


Figura 24: Error de Control en régimen permanente del eje Yaw.  
Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 23 se observa que el controlador PID mantiene errores en régimen permanente del orden decimal, con valores muy próximos a cero. Por otro lado, los controladores LQR1 y LQR2 registran errores oscilantes cercanos a 1,2 y 1,3 grados, respectivamente.

La Figura 24 muestra que los controladores LQR1 y LQR2 presentan errores significativamente reducidos, del orden decimal y con pequeñas oscilaciones. En contraste, el controlador PID exhibe un error cercano a los 6 grados en descenso, lo que sugiere que requiere un mayor tiempo de simulación para alcanzar el régimen permanente.

### 7.3.3. Entradas de la Planta física

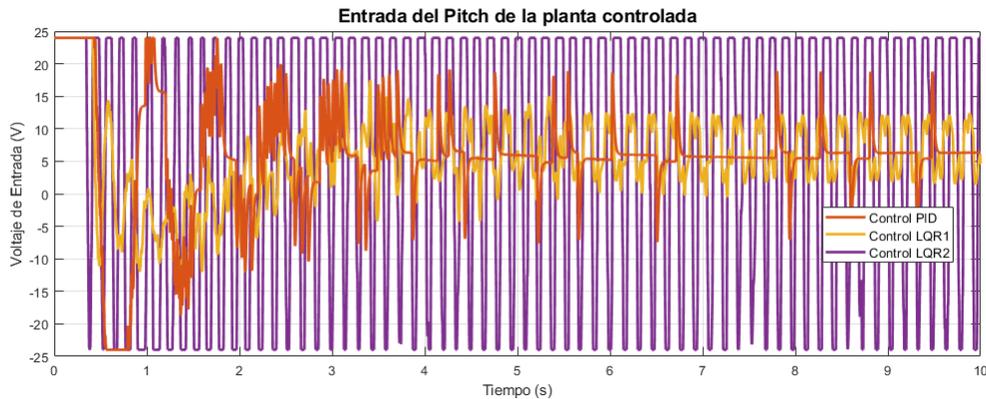


Figura 25: Entrada del eje Pitch para cada controlador (PID, LQR1, LQR2).  
Fuente: Elaboración propia.

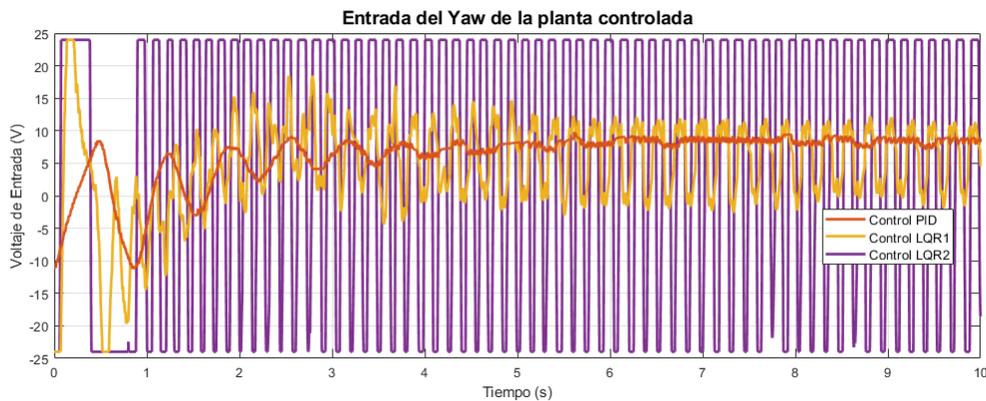


Figura 26: Entrada del eje Yaw para cada controlador (PID, LQR1, LQR2).  
Fuente: Elaboración propia.

En las Figuras 25 y 27 se observa un comportamiento notablemente diferente al de la simulación en cuanto a las entradas de control de la planta física. Si bien ambos ejes muestran cambios abruptos en el voltaje aplicado, el eje Pitch presenta variaciones más pronunciadas, lo cual se atribuye a la influencia de la gravedad que dificulta la estabilización sin generar movimientos o vibraciones adicionales. Asimismo, al comparar los controladores LQR, se aprecia que el LQR1 mantiene un consumo de voltaje más moderado para cumplir con el objetivo de control, en contraste con el LQR2, que recurre a valores considerablemente más elevados para obtener un error ligeramente menor. Desde una perspectiva de optimización energética, la estrategia de LQR1 resulta más conveniente, pues el alto gasto de voltaje en LQR2 no justifica la leve mejora en el seguimiento.

#### 7.4. Índices de Desempeño de la Planta física

Para comparar el rendimiento de los controladores diseñados, se emplearon los índices de desempeño ISE e ISI para cada eje y para cada controlador. Además, se definió la función de costo  $J$ , correspondiente a la suma de ambos índices.

Tabla 6: Índices de desempeño de control en planta física para el eje del pitch

Controlador	ISE Pitch	ISI Pitch	J Pitch
PID	128,9	1061	1189,9
LQR1	104,1	786,7	890,8
LQR2	88,62	4424	4512,62

Tabla 7: Índices de desempeño de control en planta física para el eje del yaw

Controlador	ISE Yaw	ISI Yaw	J Yaw
PID	1727	551,1	2278,5
LQR1	364,5	754	1118,5
LQR2	484,3	4725	5209,3

Tal como se observa en la Tabla 6, el controlador LQR2 obtiene el menor ISE (88,62) en el eje Pitch, lo que implica una reducción de aproximadamente un 31 % respecto al PID (128,9). Este resultado concuerda con la prioridad otorgada a la precisión en su diseño, pero conlleva un incremento muy significativo en el ISI (4424), más de cuatro veces superior al del PID (1061), lo que eleva la función de costo  $J$  a 4512,62. Por el contrario, el LQR1 mantiene un equilibrio más favorable entre error (ISE = 104,1) y esfuerzo de control (ISI = 786,7), traduciéndose en un costo total (890,8) notablemente menor que el de LQR2. El PID, si bien presenta un ISE de 128,9 y un ISI de 1061, registra un valor de  $J$  (1189,9) intermedio entre los dos LQR, reflejando así su menor eficiencia global en comparación con LQR1, pero evitando el elevado gasto energético de LQR2. Finalmente, el Adaptativo+PID no pudo ser implementado en la planta real en esta etapa, por lo que no se dispone de datos en la tabla.

La Tabla 7 muestra que, en el eje Yaw, el PID exhibe un ISE de 1727 y un ISI de 551,1, resultando en un costo  $J$  de 2278,5. Sin embargo, el LQR1 reduce drásticamente el ISE a 364,5, lo que representa casi un 79% menos que el PID, aunque su ISI aumenta a 754, dando un costo  $J$  de 1118,5. El LQR2, por su parte, incrementa el ISE a 484,3, pero eleva aún más el ISI (4725), alcanzando un costo total de 5209,3, lo que supera ampliamente al PID y a LQR1. Este comportamiento pone de manifiesto el alto consumo de energía que conlleva la búsqueda de una mayor precisión en condiciones reales. Al igual que en el eje Pitch, el Adaptativo+PID no se logró implementar físicamente, por lo que no se cuenta con valores en esta categoría.

## 8. Conclusiones

Este trabajo presentó el diseño e implementación de cuatro estrategias de control (PID, LQR1, LQR2 y Adaptativo+PID) aplicadas al sistema Quanser Aero, evaluando su desempeño tanto en simulación como en la planta física. Los resultados mostraron que el modelo linealizado es una herramienta efectiva para el diseño y análisis de controladores, permitiendo predecir de manera precisa el comportamiento del sistema bajo condiciones ideales.

Entre los controladores evaluados, el LQR1 destacó como la opción más equilibrada, logrando un excelente compromiso entre precisión y consumo energético. En simulación, registró índices de desempeño de  $J_{pitch} = 424,3$  y  $J_{yaw} = 529,9$ , mientras que en la planta física mantuvo su rendimiento con  $J_{pitch} = 890,8$  y  $J_{yaw} = 1118,5$ . Esto demuestra su capacidad para operar de manera eficiente en distintos escenarios, siendo especialmente sobresaliente en aplicaciones donde el consumo energético es un factor clave.

El LQR2, por su parte, demostró ser una alternativa viable en casos donde se prioriza la reducción del error en régimen permanente, logrando un  $ISE_{pitch} = 88,62$  y  $ISE_{yaw} = 484,3$  en la planta física. Sin embargo, su mayor consumo energético ( $ISI_{pitch} = 4424$  y  $ISI_{yaw} = 4725$ ) lo hace menos adecuado en aplicaciones donde la optimización de recursos es esencial.

El Adaptativo+PID mostró un gran potencial en simulación, alcanzando errores prácticamente nulos en régimen permanente y un desempeño cercano al LQR1 en términos de precisión. No obstante, dificultades técnicas relacionadas con la conmutación entre el PID y la etapa adaptativa limitaron su implementación en la planta física, resaltando la necesidad de futuras optimizaciones.

Finalmente, el PID cumplió con los objetivos básicos de seguimiento, mostrando un desempeño aceptable en simulación ( $J_{pitch} = 552,6$ ,  $J_{yaw} = 818$ ) y en la planta física ( $J_{pitch} = 1189,9$ ,  $J_{yaw} = 2278,5$ ). Aunque sencillo y fácil de implementar, su eficiencia fue inferior en comparación con las estrategias de control más avanzadas.

En conclusión, el LQR1 se presenta como la opción más robusta y eficiente en general, mientras que el LQR2 y el Adaptativo+PID pueden ser opciones viables según las prioridades específicas de la aplicación, ya sea precisión o adaptabilidad. Este estudio valida la funcionalidad de la máquina Quanser Aero como una herramienta robusta para el diseño y evaluación de estrategias de control. Además, se logró cumplir con los objetivos planteados, dejando la planta en condiciones óptimas para futuros experimentos con algoritmos avanzados, como el Control Adaptativo de Orden Fraccionario, Control Predictivo, Difuso y Neuronal, entre otros. Por último, este trabajo abre oportunidades para que estudiantes de la Universidad de O'Higgins utilicen la máquina en sus proyectos, fomentando el aprendizaje práctico y la innovación en el campo de los sistemas de control.

## Referencias

- [1] Zhu, Q. (2022). Nonlinear Systems: Dynamics, Control, Optimization and Applications to the Science and Engineering. *Mathematics*, 10(24), 4837. <https://doi.org/10.3390/math10244837>
- [2] Quanser 2-DOF Helicopter, User and Control Manual, 2016
- [3] MathWorks. (2023). \*MATLAB and Simulink for engineers\*. Retrieved from <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>
- [4] Referencia: MathWorks. (n.d.). Control system tuning. Retrieved from <https://www.mathworks.com/help/control/control-system-tuning.html>
- [5] Johnson, M. A., Moradi, M. H., & Crowe, J. (2008). PID Control: New Identification and design methods. *METHODS*.
- [6] Åström, K. J., & Hägglund, T. (1995). PID Controllers: Theory, Design, and Tuning. <https://ci.nii.ac.jp/naid/10013391165>
- [7] Ziegler, J. G., & Nichols, N. B. (1993b). Optimum Settings for Automatic Controllers. *Journal Of Dynamic Systems Measurement And Control*, 115(2B), 220-222. <https://doi.org/10.1115/1.2899060>
- [8] Van der Zalm, G. M. (2004). Tuning of PID-type controllers: Literature overview.
- [9] Sam, Y. M., Ghani, M. R. H. A., & Ahmad, N. (2000, September). LQR controller for active car suspension. In *2000 TENCON Proceedings. Intelligent Systems and Technologies for the New Millennium (Cat. No. 00CH37119) (Vol. 1, pp. 441-444)*. IEEE.
- [10] Choi, J. W., See, Y. B., Yoo, W. S., & Lee, M. H. (1998, September). LQR approach using eigenstructure assignment with an active suspension control application. In *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Control Applications (Cat. No. 98CH36104) (Vol. 2, pp. 1235-1239)*. IEEE.
- [11] Lewis, F. L., Vrabie, D., & Syrmos, V. L. (2012). *Optimal control*. John Wiley & Sons.
- [12] Åström, K. J. (1979). *Adaptive Control*. (Technical Reports TFRT-7183). Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology (LTH).
- [13] Isermann, R. (1982). Parameter adaptive control algorithms—A tutorial. *Automatica*, 18(5), 513-528.
- [14] Narendra, K. S., & Annaswamy, A. M. (2012). *Stable adaptive systems*. Courier Corporation.
- [15] Labdai, S., Chrifi-Alaoui, L., Drid, S., Delahoche, L., & Bussy, P. (2020). Real-time implementation of an optimized fractional sliding mode controller on the Quanser-Aero helicopter.

Proceedings of the 2020 International Conference on Control, Automation and Diagnosis (ICCAD), 1–6. IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICCAD49821.2020.9260546>

- [16] Duarte–Mermoud, M. A., & Prieto, R. A. (2004). Performance index for quality response of dynamical systems. *ISA Transactions*, 43(1), 133–151. [https://doi.org/10.1016/s0019-0578\(07\)60026-3](https://doi.org/10.1016/s0019-0578(07)60026-3)

## Anexos

### Anexo A: Planta Quanser Aero



Figura 27: Quanser Aero en el laboratorio de Control y Máquinas Eléctricas de la Universidad de O'Higgins.  
Fuente: Elaboración propia.

## Anexo B: Error en implementación del control Adaptativo en la planta física

Lamentablemente, debido a la disponibilidad tardía de la planta Quanser Aero y de los equipos necesarios para su operación, no fue posible implementar con éxito el controlador adaptativo en la planta física. Aunque ambos controladores funcionaban de manera independiente, el problema surgió durante el proceso de conmutación entre ellos. Después del cambio, se observó que el controlador adaptativo no lograba retomar la referencia, ya que dejaba de enviar señales de control adecuadas a la planta, lo que resultaba en una ausencia de energía suministrada a los motores. Este fallo persistió independientemente del tiempo de conmutación configurado o del solver utilizado en Simulink.

Se infiere que la causa principal de este problema radica en la complejidad de los cálculos del controlador adaptativo, los cuales se ejecutan de manera simultánea con los bloques y la librería de Quanser. Esta interacción parece haber generado conflictos en la implementación práctica, afectando la continuidad del control sobre la planta física

## Anexo C: Análisis de la Simulación con control Adaptativo

Una vez realizada la simulación se mostraron tanto la salida del controlador Adaptativo trabajando solo como la del controlador mixto, los cuales se muestran en las siguientes figuras.

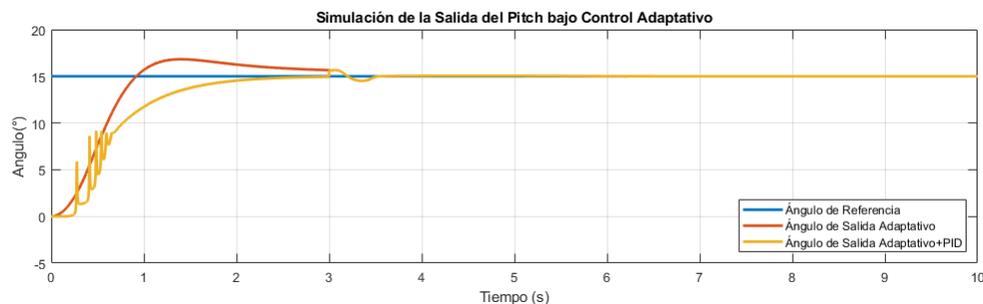


Figura 28: Salida del Pitch del Sistema simulado bajo control Adaptativo.  
Fuente: Elaboración propia.

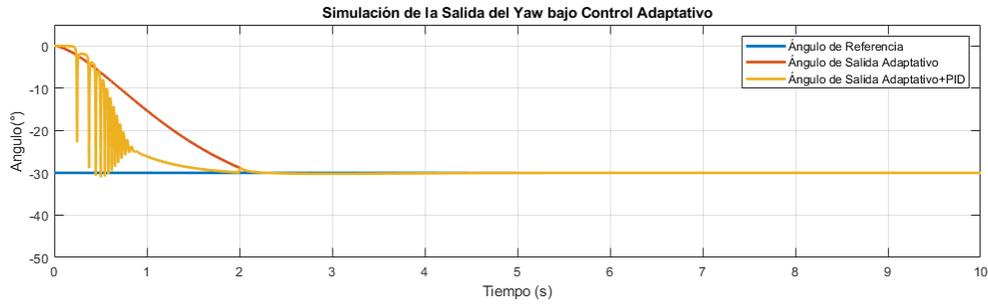


Figura 29: Salida del Yaw del Sistema simulado bajo control Adaptativo.  
Fuente: Elaboración propia.

Como se puede apreciar de las figuras 28 y 29, la adición del controlador adaptativo mejora significativamente la salida del sistema, logrando a alcanzar perfectamente la referencia. La señal amarilla representa el controlador Adaptativo por sí solo, lo cual teóricamente funciona de manera correcta, pero en la práctica es imposible de realizar debido a que los sobrepasos al comienzo requieren una cantidad exageradamente alta de voltaje dentro del orden de  $10^{24}$  volts.